Lycée Champollion 2010/2011
http://www.ac-grenoble.fr/champo/ **MPSI2**

Mathématiques - Programme de colles 2

DU 27 SEPTEMBRE AU 1^{ER} OCTOBRE

Nombres complexes

a) Exponentielle complexe

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^{iy}$ où $z = x + iy$. Propriétés.

b) Nombres complexes et géométrie plane

Interprétation géométrique des transformations : $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$, $z \mapsto az + b$, $z \mapsto \overline{z}$.

Interprétation du module et de l'argument de $\frac{z-a}{z-b}$.

Géométrie élémentaire du plan

a) Dépendance linéaire : colinéarité, système lié, système libre de deux vecteurs. Système libre et orthogonalité. Combinaison linéaire de deux vecteurs. Description de l'ensemble des combinaisons linéaires de $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

b) Produit scalaire : Définition géométrique du produit scalaire. Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls : $< \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v} >= \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, et $< \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v} >= 0$ sinon.

Interprétation en terme de projection. Bilinéarité, symétrie, expression en base orthonormale.

c) Déterminant : Définition géométrique du déterminant. Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont non nuls : $\mathrm{Det}(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|\sin(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, et $\mathrm{Det}\ (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = 0$ sinon.

Bilinéarité, antisymétrie, expression en base orthonormale directe. Interprétation géométrique de $|\mathrm{Det}\ (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})|$ comme aire du parallélogramme construit sur $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

Exemples de question de cours *(cette liste n'est pas exhaustive)* **:**

- lieux géométriques,
- CNS de cocyclicité ou d'alignement de quatre points.
- définition et dérivabilité de $x \mapsto \mathrm{e}^{(a+ib)x}$.
- propriétés du produit scalaire (en admettant la linéarité de la projection vectorielle),
- formules d'addition de cos et sin, expression de $\cos(\alpha), \sin(\alpha), \tan(\alpha)$ en fonction de $\tan\alpha/2$, toute formule de trigonométrie,
- expression analytique du produit scalaire, du déterminant,
- système lié et colinéarité,
- tout système orthogonal de deux vecteurs est libre.
- si $\{\overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\}$ est libre alors tout vecteur du plan s'écrit (de manière unique) comme combinaison linéaire de $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

Savoir-faire : tout exercice utilisant les nombres complexes (calculs de somme, résolution d'équations, géométrie plane...)